

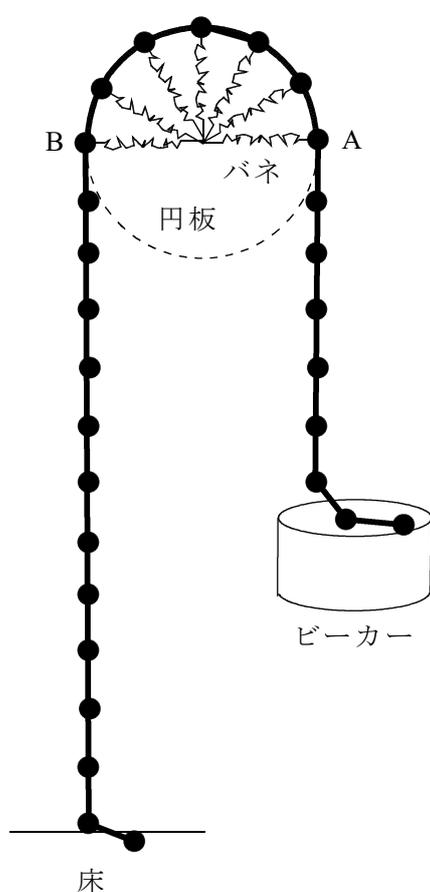
ニュートンビーズについて

ニュートンビーズの振る舞いについて考えてみました。ニュートンビーズが不思議感を漂わせているのは、下向きの力である重力しか作用していないにも関わらずビーズ全体が空中に浮かび上がってしまうところにあると思います。

サイフォンも極めて軽くて丈夫なチューブを利用して十分に落差をつけてやると全体が空中に浮かび上がると思います。

ニュートンビーズの動画は下記 URL をご覧ください。

<https://youtu.be/6ukMId5fli0>



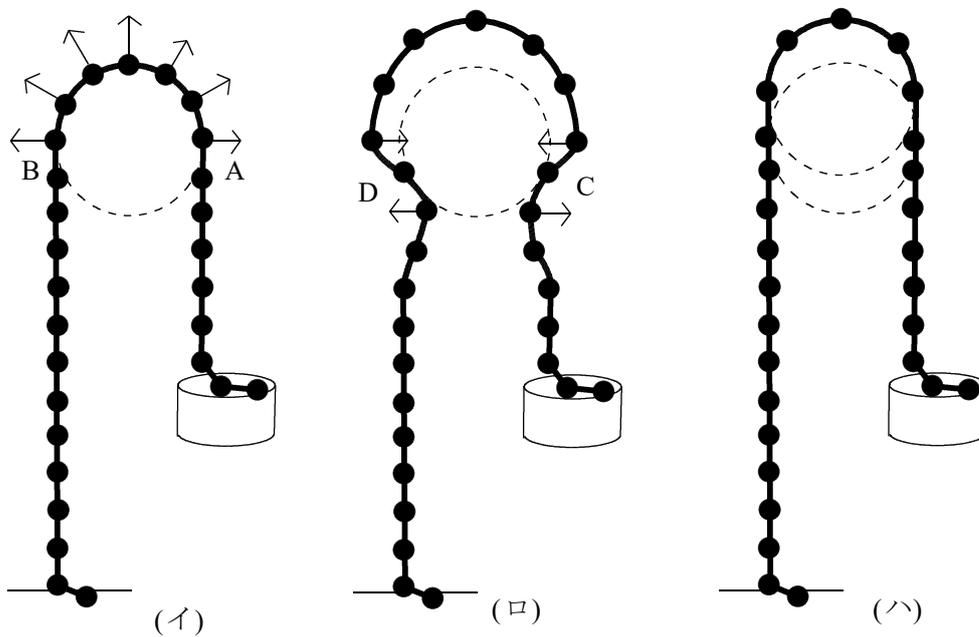
左図はビーズがビーカーから出て上空を通過して落下しているときの様子を模式的に描いたものである。

バネ付き円板は質量が無限に小さく、A点、B点でビーズを着脱するようにできていると仮定する。

ビーカーから出たビーズは上方に移動し、A点でバネに結合し、そのまま円板とともに回転を続け、B点でバネから離れ下方に動いていく。

このバネは特別なバネでエネルギーは蓄えないものとする。バネがビーズを引く力はビーズが円運動を継続するのに必要な向心力を想定したものである。

円板は回転運動の視座を与えるために導入したものであり物理的実態を反映させるためのものではない。



(イ) 円板とともに回転を続けているビーズを円板系から見る。ビーズは外に向かう遠心力を感じ円板の大きさが大きくなる。

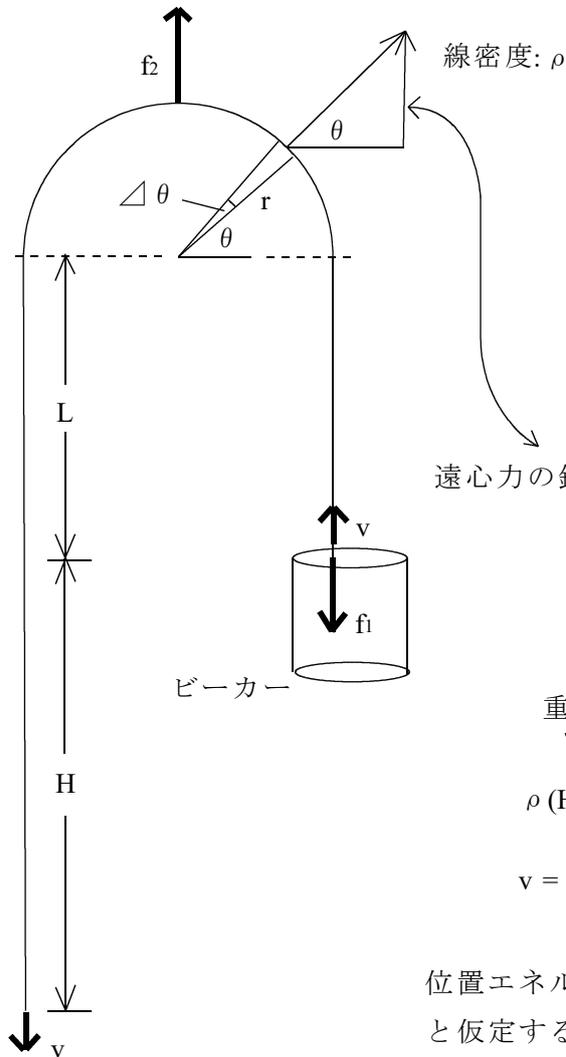
(ロ) 円板が大きくなるとともに C 点と D 点に変形が生じ、これが元の形に戻ろうとして左右の鉛直部分に非線形な振動を起こす。これにより張力の大きさは周期的に変動する。

(ハ) C 点と D 点は元の形に戻り新たな円板ができる。新しくできた円板の位置は元の円板の位置より上方に移動している。

上図の(イ)～(ハ)の繰り返しにより円板の形は上方に少しずつ移動していく。ビーズはどこまでも上がり続けることはなく限界がある。

ビーズが上る最大値の予想

遠心力の鉛直成分の和



fi: ビーカー内のビーズから受ける力
f2: 遠心力(慣性力)の鉛直成分の和

運動量と力積の関係より

$$\rho v \Delta t v = f_i \Delta t$$

$$f_i = \rho v^2$$

遠心力の鉛直成分 = $\frac{\rho v \Delta t v^2}{r} \sin \theta = \rho \Delta \theta v^2 \sin \theta$

$$f_2 = \int_0^\pi \rho v^2 \sin \theta d\theta = 2 \rho v^2$$

$$\rho(H+2L)g + \rho v^2 = 2 \rho v^2$$

$$v = \sqrt{(H+2L)g} \text{ ----- ①}$$

位置エネルギーのa倍が運動エネルギーに変換されると仮定すると

$$\frac{1}{2} \rho v \Delta t v^2 = \rho v \Delta t gH \times a \quad 0.5 < a < 1$$

$$v = \sqrt{2gHa} \text{ ----- ②}$$

①と②から

$$L = \frac{(2a-1)H}{2} \text{ ----- ③}$$

Lの最大値は $\frac{H}{2}$ となる

$$a = \frac{L}{H} + 0.5 \text{ ----- ④}$$

実験データ

下表のデータは「NPO 法人 知的人材ネットワーク・あいんしゅたいん」の「ニュートンビーズの力学と逆懸垂線」から引用した。

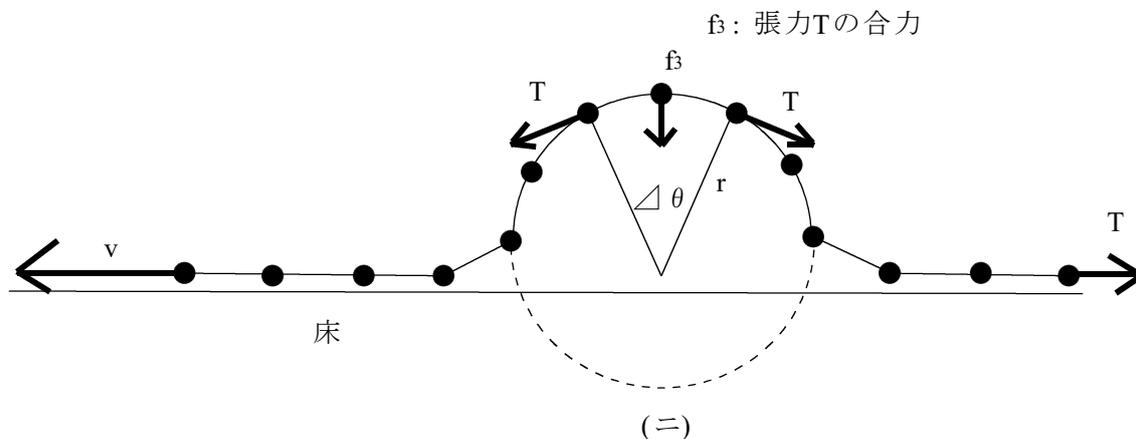
<http://jein.jp/jifs/scientific-topics/975-topic53.htm>

| | A | B | C | D | E |
|---|----|------|------|------|-------|
| 1 | | 実験1 | 実験2 | 実験3 | 実験4 |
| 2 | H | 1.46 | 1.96 | 5.22 | 9.15 |
| 3 | L | 0.20 | 0.28 | 0.50 | 0.56 |
| 4 | v | 4.30 | 5.40 | 7.60 | 10.10 |
| 5 | | | | | |
| 6 | ①式 | 4.27 | 4.97 | 7.81 | 10.03 |
| 7 | ④式 | 0.64 | 0.64 | 0.60 | 0.56 |
| 8 | | | | | |

①式の値はほぼ実験値の v と等しいものと思われる。

④式の値よりエネルギーの損失は速度とともに大きくなる傾向がみられる。

ビーズを床の上に置いて、張力 T を一定に保ちながら、一端を一定の速さ v で引いた。円板系から見ると円板上のビーズに加わっている力は下図のように張力 T と遠心力である。



$$f_b = T \Delta \theta \text{ ----- ⑤}$$

$$\text{遠心力} = \frac{\rho r \Delta \theta v^2}{r} = \rho \Delta \theta v^2 \text{ ----- ⑥}$$

⑤と⑥より

$$T \Delta \theta = \rho \Delta \theta v^2$$

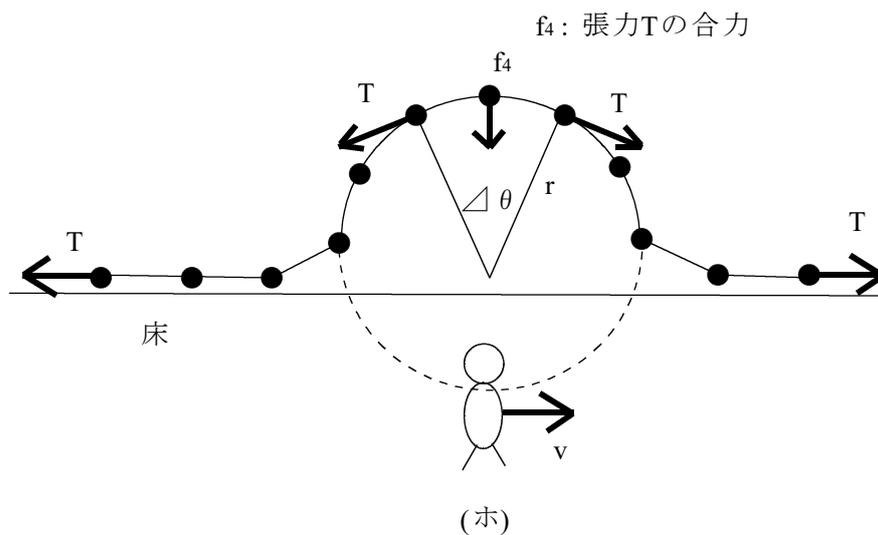
$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \text{ ----- ⑦}$$

⑦で示される速さ v で一端を引くと、手でビーズを引いているにもかかわらず、半円形の部分の形がそのままの位置で維持されたまま安定に保たれることが予想される。

このように流れの中にできたあたかも定常波のような進行波を停立波と言うこともあるのだそうです（物理教育、第 48 巻、第 6 号、2000）。

実際、テーブル上に置かれたビーズをテーブルの端から落下させると随所に停立波らしき形が見られる。ニュートンビーズが空中に舞い上がった頭の部分も一つの停立波と考えられる。

ビーズを床の上に置いて両端を力 T で引き左端を弾くことで半円形の歪を作った。半円形の形はビーズ上を右方に移動していった。この半円形の形が伝わる速さと同じ速さで人が走りながらこの円板を観察するとビーズは円運動をしているように見える。円板系から見て加わっている力は下図のように張力 T と遠心力と考えられる。これらの事から⑦式で示される速さがビーズ上を伝わる波の速さであると考えられる。



下図は物理チャレンジ 2013 第 1 チャレンジ理論問題である。
この図の上下を逆転させるとニュートンビーズに似ている。

<http://www.jpho.jp/2013/2013First-Chall-Theory-Problems.pdf>

問 2 図のように、同じ長さ L 、質量 M の鎖の先端に質量 m の小球が取り付けられたものが 3 本ある。それぞれ A, B, C の 3 つの状態では L の高さにある水平な棒に小球が保持されている。A は、鎖が小球の下に垂れ下がっている状態。B は、鎖の端が棒に固定されている状態。C は、鎖は固定されずに、保持されている状態である。小球を同時に放したとき (C の場合は鎖の保持も同時に放す)、小球が L の距離を落下するのに要する時間が最も短い状態はどれか。最も適当なものを、次の①～⑦の中から 1 つ選びなさい。ただし、空気の抵抗は考えず、初速は 0 とする。 15

- ① A ② B ③ C
④ A と B ⑤ B と C ⑥ A と C ⑦ A, B, C 同時

