

平成 24 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

実施時間 [9:00－17:00]

数学

( 16:00－17:00 )

注意事項

1. 以下の問題すべてに解答してください。
2. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
3. 携帯電話の電源を必ず切ってください。

## 数学

1.  $x = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$  のとき,  $x - \frac{1}{x}$ ,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  の値を求めなさい。

2.  $x = 1 + 2i$  のとき, 以下の式の値を求めなさい。ただし,  $i$  は虚数単位とする。

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x - 3$$

3.  $\cos^2 15^\circ - \cos^2 75^\circ$  の値を求めなさい。

4. 赤玉と白玉の入った3つの箱A, B, Cの中から玉を1個取り出すとき, 赤玉の出る確率は, それぞれ  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  であるとする。各箱の中から玉を1個ずつ取り出すとき, 以下の問いに答えなさい。

(1) 赤玉が1個出る確率を求めなさい。

(2) 赤玉が2個出る確率を求めなさい。

5.  $a > 0$  であり関数  $f(x)$  が  $f(x) = x^2 + ax - 2a^2$  と与えられているとき, 以下の問いに答えなさい。

(1)  $y = f(x)$  のグラフを描きなさい。

(2) 定積分  $S = \int_0^1 f(x)dx$  を求めなさい。

(3) (2) で求めた  $S$  が最大になるような  $a$  を求めなさい。

6. 四面体 OABC において, 以下の問いに答えなさい。

(1)  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とおく。△ABC の重心を G とするとき,  $\vec{OG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表しなさい。

(2) 次のことが成り立つことを示しなさい。

$$OA \text{ と } BC \text{ が垂直ならば, } OC^2 + AB^2 = OB^2 + AC^2$$